PROVA DE SELEÇÃO 2022

Observações: A apresentação das respostas de forma clara e com todos os detalhes matemáticos necessários será considerada na avaliação. A interpretação das questões faz parte da prova.

QUESTÃO 1. Determine as soluções reais, positivas da equação:

$$x = 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}.$$

QUESTÃO 2. Qual o domínio da função real f, cuja imagem é dada pela lei de formação:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3}{x^3 - 3}}.$$

QUESTÃO 3. Um comerciante pretende realizar uma promoção de 20% no preço anunciado em todos os produtos de seu comércio. Duas semanas antes, porém, esse mesmo comerciante aumentou p preço de todos os produtos de sua loja em 20%.
Responda às seguintes perguntas:
a) Considere o produto X. Fixando o preço inicial como sendo o preço do produto X antes do aumento de 20% feito pelo comerciante, qual será o desconto ou o acréscimo no preço final, depois da promoção de 20%, comparado com o preço inicial?
b) Se todo mês houver um acréscimo de 20%, sem qualquer desconto no período. Determine o tempo mínimo para que o preço de um produto pelo menos dobre seu preço.

QUESTÃO 4. Considere um quadrado inicial de lado 10cm (lado esquerdo da figura 1), um primeiro quadrado é construído, com vértices nos pontos médios do quadrado inicial, continua-se a construção de quadrados com vértices nos pontos médios dos quadrados anteriores (lado direito da figura 1).

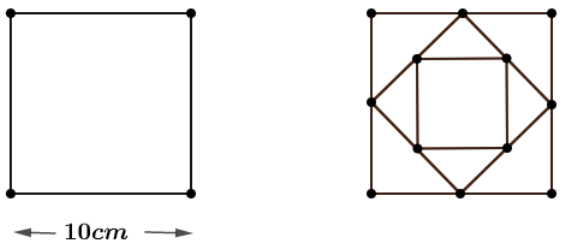

Figura 1

a) Determine o lado do quarto quadrado

b) Quantos quadrados deverão ser construídos antes de obter um quadrado com lado menor que $0,5cm$?

QUESTÃO 5. Sejam $p,\ q$ são números racionais, tais que $p \leq q$, prove que

$$p \leq \frac{p+q}{2} \leq q.$$

QUESTÃO 6. Suponha que n cidades de um pais estão interligadas por uma rede de estradas, com a característica que, uma única estrada liga cada duas cidades. Planeja-se incluir duas novas cidades nessa rede rodoviária de forma a manter essa característica. Determine uma fórmula que calcule o número de novas estradas a serem construídas.